Digitale Bibliothek Braunschweig

Geometrie als Erfahrungswissenschaft

Jordan, Pascual

Veröffentlicht in:
Abhandlungen der Braunschweigischen
Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 7, 1955, S. 10-17

Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig

http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00046696

Digitale Bibliothek Braunschweig

Geometrie als Erfahrungswissenschaft

Festvortrag anläßlich der Gauß-Gedenkfeier in Braunschweig am 20. Februar 1955

Von **Pascual Jordan**

Der große Mathematiker *Hilbert*, von dem es so viele Anekdoten gibt, sprach einmal von einem seiner Schüler und erzählte: „Damals studierte er Mathematik; aber später ist er ein Dichter geworden: Zum Mathematiker hatte er nicht genug Phantasie.“ Dieses Wort muß dem der Mathematik Fernerstehenden überraschend erscheinen, weil es landläufige Meinung ist, daß Mathematik und Phantasie gar nichts miteinander zu tun hätten. Aber das ist ein Irrtum: Zum Schaffen großer Mathematiker gehört die Phantasie nicht weniger als etwa zum Schaffen großer Komponisten.

Allerdings handelt es sich hier um eine andere Verwendungsweise der Phantasie: Nicht in der Art freier künstlerischer Schöpfung, sondern streng gebunden an die unerbittlichen Forderungen der Wahrheit. Das Reich der Zahlen mit der unerschöpflichen Fülle seiner Geheimnisse, wie sie insbesondere mit den Primzahlen verknüpft sind, und das nicht weniger große und mannigfaltige Reich der logischen Strukturen gestatten nur demjenigen ein tieferes Eindringen, der imstande ist, sich in diese abstrakte Formenwelt hineinzudenken, hineinzuversetzen. Die hier verborgenen Gewebe und Architekturen harmonischer Beziehungen können nur dann sichtbar gemacht werden, wenn wir Phantasie genug besitzen, sie uns nachschaffend zunächst vermutungsweise auszumalen und dann die Richtigkeit der Vermutungen Schritt um Schritt zu prüfen.

Wie aber die höchsten Gebirgsgipfel nur von wenigen Menschen betreten werden, so ist auch das Reich der Mathematik ein abseitiges Reich. Ich selber als ein Physiker, der innerhalb seines physikalischen Fachgebietes der mathematischen Seite besonders nahesteht, fühle mich trotzdem der Mathematik gegenüber in der Rolle eines Wanderers, der etwa den Elm oder vielleicht den Harz aus eigener Anschauung kennt, und der einmal davon gehört hat, daß es außerdem die Alpen gibt.

Carl Friedrich Gauß, zu dessen Andenken wir uns heute versammelt haben, war ein einsamer Bergsteiger im Gebirge der Mathematik, in der Verfolgung seiner denkerischen Leidenschaft abseitig und fern vom alltäglichen Leben. Man erzählt von ihm, daß er gern, wenn ein Student sich bei ihm anmelden wollte für eine Vorlesung, diesem die Auskunft gab, wahrscheinlich würde die Vorlesung gar nicht zustande kommen, wegen Mangel an Beteiligung. Wenn er auf diese Weise die Studenten abgeschreckt hatte, kam sie dann wirklich nicht zustande.

Große Teile seines mathematischen Lebenswerkes hat Gauß in seiner Schublade aufbewahrt, ohne ein dringliches Bedürfnis der Veröffentlichung zu empfinden. Andere hervorragende Mathematiker haben mit großen Stücken ihres Lebenswerkes, ihrer Lebensarbeit nichts anderes getan, als das noch einmal

http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00046696

Digitale Bibliothek Braunschweig

zu entdecken, was bereits im Nachlaß von Gauß ruhte. Ergreifend aber berührt uns eine Bemerkung in einer Schrift von *Felix Klein*. Er war ja um den Beginn dieses Jahrhunderts neben *Hilbert*, den ich schon erwähnte, und neben dem großen Franzosen *Henri Poincaré* unbestritten der größte Mathematiker seiner Zeit. Im Schaffen eines neuen Kapitels der Mathematik, der Theorie der sogenannten automorphen Funktionen, geriet *Felix Klein* in eine Art Wettlauf mit dem Mathematiker *Henri Poincaré*, und er führte den Wettkampf durch, bis ein gefährlicher gesundheitlicher Zusammenbruch ihm Einhalt gebot. Er überwand seine schwere Krankheit, aber im Grunde doch nur als ein gebrochener Mann, nur noch im Teilbesitz seiner früheren Kräfte, die dann freilich immer noch ausreichten, ihn auf einsamer Höhe stehen zu lassen.

In jener Schrift, an die ich denke, berichtet *Felix Klein* zusammenfassend über diese sogenannten automorphen Funktionen, und auf dem Höhepunkt der Darstellung findet sich eine Bemerkung folgenden Inhalts: „Eine mathematische Zeichnung, die man im Nachlaß von Gauß gefunden hat, ohne irgendeinen erläuternden Text, scheint zu zeigen, daß Gauß dies alles schon gewußt hat.“ Die herorischen Anstrengungen von *Felix Klein* und *Henri Poincaré* hatten also, so könnten wir es sagen, gerade dazu ausgereicht, der Welt der Mathematiker eine Zeichnung verständlich zu machen, die man ohne Kommentar, ohne Erläuterung, im Nachlaß von Gauß gefunden hat.

Auch die nichteuklidische Geometrie, von der wir heute etwas zu sprechen haben, war von Gauß ursprünglich nicht zur Veröffentlichung bestimmt. Erst die Tatsache, daß zwei andere hervorragende Mathematiker, wie er dann erfuhr, ebenfalls dieses Thema aufgegriffen, ebenfalls diesen Weg verfolgt und dabei ähnliche Ergebnisse wie er erreicht hatten, diese Tatsache erst veranlaßte ihn, seine Überlegungen bekanntzugeben. Die nichteuklidische Geometrie beruht ja auf dem Zweifel an den berühmten euklidischen Parallelenaxiom: Wenn wir eine Gerade haben und einen Punkt, dann gibt es durch den Punkt hindurch genau eine Parallele zu der Geraden. Dieses Parallelenaxiom ist damit gleichbedeutend, daß im ebenen Dreieck die Winkelsumme gleich zwei Rechten ist. Aber da dieses Parallelenaxiom eben als Axiom, als unbewiesene Voraussetzung des geometrischen Lehrgebäudes von *Euklid* eingeführt wurde, und da hernach alle Bemühungen der Mathematiker, für dieses Parallelenaxiom doch noch einen Beweis zu finden (es also umzuwandeln in einen bewiesenen Lehrsatz), vergebens waren, so unternahmen es Gauß und auch zwei andere Mathematiker, zu untersuchen, was aus dem Lehrgebäude der Geometrie werden würde, wenn wir versuchsweise voraussetzen würden, das Parallelenaxiom sei im Gegenteil falsch.

Der damit eingeleitete Gedankengang erforderte ein Höchstmaß mathematischer Phantasie: Es handelte sich ja hier um die Schaffung eines Systems der Raumlehre, eines Lehrgebäudes der Geometrie von einer Voraussetzung aus, die unserer anschaulichen Vorstellung völlig widerspricht, die also auch in allen ihren Folgerungen zu Ergebnissen führen mußte, die ebenfalls mit der Anschauung in Widerspruch stehen. Da es sich jedoch zeigte, daß der Verzicht auf das Parallelenaxiom keineswegs zu logischen Widersprüchen führt, so war in einer ganz neuen Weise die Frage entstanden: Woher wissen wir, daß in der wirklichen Welt die euklidische Geometrie gilt? Wenn wir das, was die Geometrie mit dem Worte „Gerade“ bezeichnet, physikalisch verwirk-

http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00046696

Digitale Bibliothek Braunschweig

licht denken durch Visierlinien, durch Lichtstrahlen, welche Gesetze gelten dann — diejenigen der euklidischen Geometrie oder diejenigen der nichteuklidischen? Natürlich in unserer Alltagserfahrung unzweifelhaft die Gesetze der euklidischen Geometrie, das wissen wir ja; aber damit wissen wir noch nicht, ob die euklidische Geometrie mit vollkommener Genauigkeit gilt.

Man kann sich leicht überlegen: Wenn es so wäre, daß der Satz von der Winkelsumme im ebenen Dreieck zwar mit großer Genauigkeit, aber nicht unbegrenzter Genauigkeit gilt, dann wäre zu erwarten, daß die Abweichungen um so größer werden, je größer das Dreieck ist, das wir betrachten. Zerschneiden wir in Gedanken ein Dreieck durch eine Gerade, die durch eine Ecke des Dreiecks geht: Die Winkelsumme im großen Dreieck bekommen wir, wenn wir die Winkelsummen in den kleineren Dreiecken bilden, sie addieren und dann zwei Rechte subtrahieren; also eine etwaige Abweichung von der Winkelsumme von zwei Rechten muß um so größer werden, je größer das betrachtete Dreieck ist.

Bis zur Aufstellung der nichteuklidischen Geometrie hatte das Parallelaxiom immer als eine Art unausweichlicher Notwendigkeit gegolten. Die *Kant*sche Philosophie mit ihrer Entwicklung des Begriffs des Apriori hatte dieser Vorstellungsweise eine machtvolle Präzisierung gegeben. Aber mit dieser Aufstellung der nichteuklidischen Geometrie, obwohl sie als solche zunächst eine rein mathematisch-theoretische Gedankenleistung war, erhob sich eine neue physikalische Frage. Eine Frage an die Wirklichkeit, eine Frage, die zu empirischer Bearbeitung drängt: Wie ist die wahre Geometrie des Weltalls.

Wir wissen empirisch, daß die euklidische Geometrie keine nachweisbaren Fehler ergibt, solange wir uns auf hinreichend kleine Dreiecke beschränken. Aber wie steht es mit ganz großen Dreiecken? Diese Frage hat deshalb einen großen Reiz, weil sie zusammenhängt mit einer der größten Fragen unserer Naturerkenntnis, unserer Wirklichkeitserkenntnis überhaupt. Ist es wahr, was seinerzeit *Giordano Bruno* so leidenschaftlich verkündet und gelehrt hatte; ist es wahr, daß der Weltraum unendlich groß ist? Wenn wir die euklidische Geometrie als exakt, als absolut richtig annehmen, dann kann die Unbegrenztheit des Raumes nur dazu führen, daß der Raum auch unendlich groß ist, wie es von *Giordano Bruno* behauptet wurde. Wenn wir aber die Möglichkeit erwägen, daß die Geometrie der wirklichen Welt, der empirischen physikalischen Welt eine nichteuklidische Geometrie sein könnte, dann wären zwei Möglichkeiten zu unterscheiden: Es könnte in jedem Dreieck die Winkelsumme kleiner als zwei Rechte sein; in diesem Fall ergibt sich zu der erwähnten Frage nichts Neues. Es könnte aber auch statt dessen die Winkelsumme in jedem Dreieck größer als zwei Rechte sein; und dann ergäbe sich, daß das Weltall im Ganzen, der räumlich allumfassende Kosmos, trotz seiner Eigenschaft, unbegrenzt zu sein, dennoch ein endliches Gesamtvolumen in sich faßt.

Eine ganz merkwürdige Vorstellung, die sich uns hier ergibt. „Vorstellung" möchte man zwar dabei in Anführungsstriche setzen, weil ja jedenfalls dem anschaulichen Denken diese Verhältnisse nicht mehr zugängig sind. Sie können nur im abstrakten Durchdenken der nichteuklidischen Geometrie klar erfaßt und entwickelt werden, und es bedarf der echten abstrakten Phantasie des Mathematikers, sich in solche Verhältnisse innerlich hinein zu fühlen und hinein zu versetzen. Kein Wunder, daß Gauß seiner Abneigung, die diesbezüg-

http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00046696

Digitale Bibliothek Braunschweig

lichen Gedanken zu veröffentlichen, eine Begründung gegeben hat, welche lautete, er fürchte das Geschrei der Böotier — und das Wort Böotier war in diesem Zusammenhang ein sehr höflicher Ausdruck.

Man hat nachträglich in unserem Jahrhundert, als man schon Relativitätstheorie gelernt hatte, gemeint, daß Gauß selber sich bemüht habe, an die Frage euklidischer oder nichteuklidischer Geometrie empirisch heranzugehen. Gauß hat sich ja mit der ganzen ausgeprägten Gewissenhaftigkeit seines Wesens in mühevoller Arbeit der ihm aufgetragenen Aufgabe geodätischer Vermessungen gewidmet. Aber die Meinung, daß er dabei eine Entscheidung dieser grundsätzlichen Frage erstrebt oder erhofft habe, kann schwerlich aufrechterhalten werden. Wenn es Abweichungen von der euklidischen Geometrie gäbe, die so groß wären, daß sie schon bei geodätischen Messungen bei entsprechender Präzision erkennbar wären, dann würde der vorhin erwähnte Kosmos von endlicher Gesamtgröße so klein sein, daß er kaum die Marsbahn enthalten könnte. Also in der Zeit von Gauß war ein Versuch, diese durch seine Gedankengänge aktuell gewordene Frage entscheiden zu wollen, noch völlig außerhalb jeder Reichweite praktischer Möglichkeiten. Das hat sich erst in unserer Zeit geändert.

Aber ehe ich darauf eingehe, habe ich noch ein paar Bemerkungen zu machen über die weitere Entwicklung theoretischer Gedanken, die in unserem Jahrhundert angeknüpft haben an die nichteuklidische Geometrie. *Albert Einstein* hat sich beschäftigt mit der großen Frage, wie man auch die Gravitationswechselwirkung, die Schwerewechselwirkung zwischen verschiedenen Massen, verschiedenen Himmelskörpern zurückführen könnte auf eine Nahewirkung. Es war ja in der Elektrizitätslehre die große Leistung von *Faraday*, *Maxwell*, *Hertz*, den Beweis geliefert zu haben, daß die scheinbaren Fernwirkungsgesetze der Elektrizität und des Magnetismus nur scheinbar Fernwirkung darstellen; daß tatsächlich dabei physikalische Wirkungsweisen zugrunde liegen, die nicht imstande sind, räumliche Entfernungen sprunghaft zu überbrücken, sondern sich nur von Ort zu Ort mit endlicher Ausbreitungsgeschwindigkeit fortpflanzen können. Diesen großen Gedanken der Nahewirkung, den man in der Elektrizitätslehre durchführen konnte, und dessen Durchführung ja die Grundlage für die ganze moderne Radiotechnik geworden ist, dieser große Gedanke mußte auch für die Gravitation, für die Schwerkraft durchgeführt werden; aber es bedurfte eines Einsteins, um diese Aufgabe zu lösen.

Einstein seinerseits mußte zurückgreifen auf das Gedankengut, das wir Gauß, seinen an der Schaffung der nichteuklidischen Geometrie beteiligten Zeitgenossen *Lobatschewski* und *Bolyai* und seinem großen Schüler *Riemann* verdanken. Als *Einstein* das *Newton*sche Gravitationsgesetz umformulieren wollte in ein Nahewirkungsgesetz, mußte er zurückgreifen auf die *Riemann*sche Geometrie, welche in ihrer Verschiedenheit von der gewohnten euklidischen noch hinausgeht über die nichteuklidische Geometrie im Sinne von Gauß. *Riemann* hat die Möglichkeit erkannt, die Axiome der Geometrie noch vorsichtiger zu fassen und damit noch weiter reichende, noch stärker vom Gewohnten abweichende Denkmöglichkeiten zu erschließen. Man kann es ganz kurz so andeuten: Die nichteuklidische Geometrie älteren Stils, wenn ich einmal so sagen darf, unterscheidet sich dadurch von der euklidischen Geometrie, daß es in ihr nicht mehr möglich ist, zu einem gegebenen Dreieck ein

http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00046696

Digitale Bibliothek Braunschweig

ihm ähnliches vergrößertes Dreieck zu zeichnen. Wenn wir ein Dreieck zeichnen, das bei größeren Seitenlängen noch dieselben Verhältnisse der Seiten zueinander hat, dann hat es nicht mehr die gleichen Winkel, wie das kleine Dreieck. Aber immerhin kann man noch sagen: Wenn wir zwei Dreiecke betrachten an beliebig entfernten Orten, die hinsichtlich aller drei Seiten übereinstimmen, dann stimmen diese Dreiecke auch in ihren Winkeln überein. Also dieser berühmte Kongruenzsatz gilt noch immer. Er gilt aber nicht mehr in der Riemannschen Geometrie, die vielmehr — wenn ich ein berühmtes Wort gebrauchen darf, ohne es ausführlicher zu erläutern — eine Raumkrümmung zuläßt, die von Ort zu Ort verschieden ist, so daß eine verzerrungsfreie Bewegung von Dreiecken unmöglich wird.

In diesen Gedankengängen fand *Einstein* das adäquate Hilfsmittel für die Formulierung seiner neuen Gedanken zur Gravitationstheorie; und damit haben sich auch, zunächst wieder aus der Initiative Einsteins heraus, neue Möglichkeiten ergeben für die Durchdenkung des kosmologischen Problems.

Während in der Lebenszeit von Gauß eine empirische Prüfung derartiger Verhältnisse noch unmöglich war, erlauben uns die großen modernen Sternwarten, insbesondere die riesigen Instrumente in Kalifornien, ein Vordringen in früher unzugänglich gewesene Fernen des Kosmos. Unsere Sonne und die uns mit freiem Auge einzeln erkennbaren Sterne gehören ja zum großen Sternsystem der Milchstraße. Schon die nächsten Nachbarsonnen sind von unserer Sonne einige Lichtjahre weit entfernt; und das riesige System der Milchstraße mit etwa 100 Milliarden leuchtender Sterne breitet sich aus in einem linsenförmigen oder diskusförmigen Raumgebiet, dessen großer Durchmesser etwa 100 000 Lichtjahre beträgt. In $1^1/_2$ Millionen Lichtjahren Entfernung von uns liegt ein unserer Milchstraße sehr ähnliches anderes System, der Andromedanebel. Aber die modernen Fernrohre führen uns so weit hinaus, daß wir ungeheure Scharen solcher gewaltigen Weltinseln erkennen können; in den Tiefen des Raumes wimmelt es förmlich von diesen riesigen Milchstraßengebilden.

Die Sternwarte auf dem Mount Wilson in Kalifornien hat eine Beobachtungsreichweite von 1 Milliarde Lichtjahren: Seit einer Milliarde Jahren also war das Licht jener ganz entfernten Milchstraßen unterwegs, die mit dem großen Instrument der Mount-Wilson-Sternwarte gerade noch als kleine, aber sicher erkennbare Flecke auf die Photoplatte zu bekommen sind. Die noch größere Sternwarte auf dem Mount Palomar läßt uns sogar doppelt so weit hinausblicken.

Nach *Einstein* ist unser Weltraum nur mit *Riemann*scher Geometrie exakt zu beschreiben — er hat eine von Ort zu Ort veränderliche Krümmung. Aber wenn wir absehen von den feinsten Einzelheiten, so können wir den Raum der Astronomie als einen Raum von „konstanter Krümmung" betrachten, d. h. entweder als einen euklidischen oder aber als einen nichteuklidischen Raum im Sinne der nichteuklidischen Geometrie von Gauß.

Vielleicht wird es also — und viele Sachverständige halten das heute für eine sehr wahrscheinliche Hypothese — so sein, daß unser Weltraum jener nichteuklidische Raum ist, in welchem die Dreiecke eine Winkelsumme von mehr als zwei Rechten haben; jener Raum, der trotz Unbegrenztheit seinem Volumen nach endlich ist. Unendlich und unbegrenzt sind ja zwei Begriffe, die man

http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00046696

Digitale Bibliothek Braunschweig

gern miteinander verwechselt; aber sie sind durchaus voneinander zu trennen. Schon an einer zweidimensionalen, unserer Anschauung zugänglichen Kugeloberfläche erkennen wir ja, daß die Eigenschaft der Unbegrenztheit — die Kugelfläche hat ja keine Grenze, keinen Rand — durchaus vereinbart werden kann mit der Eigenschaft, von endlicher Größe zu sein, nämlich hier bei dem zweidimensionalen Vergleich von endlicher Flächengröße. In der nichteuklidischen Geometrie gibt es also die Denkmöglichkeit eines dreidimensionalen Raumes, der ebenfalls keinerlei Grenze hat, nirgends aufhört, nichts Räumliches noch außerhalb läßt, der aber trotzdem von endlicher Gesamtgröße ist. Ein Raumschiff, das — immer geradeaus fliegend — unsere Erde verlassen würde, auch aus der Milchstraße hinausfliegend, und immer weiter geradeaus, ein solches Raumschiff müßte, wenn die Hypothese zutrifft, nach sehr langer Reise schließlich „hinten herum" in seinen Ausgangspunkt zurückkehren.

Ob das so ist, das zu entscheiden ist gerade die eigentliche Aufgabe der riesigen Sternwarte auf dem Mount Palomar. Wie man diese Frage angreifen kann, das läßt sich wiederum aus dem zweidimensionalen Vergleich leicht verständlich machen. Denken wir einmal, wir wären mit unserem ganzen Dasein gebunden an die Oberfläche der Erdkugel, wir säßen etwa am Nordpol, und wir möchten durch Messungen von hier aus mit Lichtstrahlen, die alle als Größtkreise der Erdkugel verlaufen, entscheiden, ob die Fläche, in der wir leben, gekrümmt ist. Wir können dafür auch sagen: Ist sie eine euklidische oder ist sie eine nichteuklidische Ebene? Das können wir so entscheiden, daß wir die Fläche, die zwischen zwei vom Nordpol hinreichend entfernten Parallelkreisen liegt, auszumessen versuchen. Diese Fläche ist ja offenbar auf der Kugel kleiner, als sie sein würde (bei gleichen Radien), wenn wir nicht auf der Kugelfläche, sondern in einer euklidischen Ebene säßen. Dies übertragen auf das Dreidimensionale ergibt eine Methode für eine Entscheidung zwischen euklidischer und nichteuklidischer Geometrie aus der Statistik ferner Spiralnebel heraus: Die Volumgröße eines bestimmten Raumbereiches können wir erkennen aus der Anzahl der darin enthaltenen Spiralnebel.

In Wirklichkeit werden die Verhältnisse noch dadurch zusätzlich kompliziert, daß unser Weltall, wie wir heute wissen, ein geschichtliches Gebilde ist. Es ist nicht, wie ebenfalls *Giordano Bruno* lehrte, ständig sich gleichbleibend trotz laufender Veränderungen im einzelnen, im kleinen; sondern das Weltall als Ganzes müssen wir heute ansehen als ein geschichtliches, ein in Entwicklung begriffenes Gebilde; und zwar stellt sich diese Entwicklung des Kosmos astronomisch in folgender auffälliger Tatsache dar: Die vielen ferneren Spiralnebel, die wir von uns aus sehen können, lassen in ihren Spektrallinien eine Rotverschiebung erkennen, eine Vergrößerung der Wellenlängen dieser Spektrallinien gegenüber irdischen Lichtquellen, welche die gleichen Spektrallinien erzeugen. Die Mehrzahl der sachkundigen Beurteiler neigt dazu, diese Rotverschiebung, von dem Amerikaner *Hubble* entdeckt, zu deuten als einen Dopplereffekt, d. h. als Ausdruck einer Bewegung, einer Fluchtbewegung — so hat man es sehr anschaulich genannt — in welcher all die fernen Spiralnebel uns gegenüber begriffen sind. Wenn wir das wieder auf die Vorstellung des geschlossenen endlichen Gesamtraumes beziehen, können wir uns die Sache anschaulich — das Wort „anschaulich" in Anführungsstrichen gesetzt — so vorstellen, daß wir sagen: Dieser endliche nichteuklidische Raum ist im Wachs-

http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00046696

Digitale Bibliothek Braunschweig

tum begriffen; in einem gewaltigen Dehnungsvorgang entfernt er die verschiedenen Spiralnebel immer weiter voneinander, so daß er also früher, in der Vergangenheit, kleiner gewesen ist als heute; und das lenkt die Untersuchungen moderner Astronomen und Physiker zurück auf eine Frage ferner Vergangenheit.

Ich meine jetzt die Frage ferner Vergangenheit in der Geschichte des Kosmos. Aber auch auf eine Frage der Vergangenheit im Sinne der Menschengeschichte, der Geistesgeschichte, nämlich eine Frage, die in früheren Jahrhunderten sehr ernst und eindringlich durchdacht worden ist. Freilich aus ganz anderen Denkzusammenhängen heraus, aus den Gedankengängen theologischer Philosophie. Die Frage nach dem Weltanfang tritt uns hier entgegen, denn wir haben stärkste Gründe, heute überzeugt zu sein, daß die Vergangenheit, die Vergangenheit als solche, nicht ins Unendliche zurückreicht, sondern sie einen bestimmten Anfangspunkt besitzt, der heute um ungefähr 5,4 Milliarden Jahre zurückliegt.

Im Sinne dessen, was wir besprochen haben, nämlich Ausdehnung, Wachstum des Weltraums, in diesem Zusammenhang haben wir uns den Anfangszustand zu denken als winzige Kleinheit des heute so gewaltigen kosmischen Raums. Winzigste Kleinheit, die im eigentlichen Anfangspunkt selber die Kleinheit eines echten mathematischen Punktes war.

Es sind sehr nüchterne Menschen, die sich mit diesen Fragen heute beschäftigen. Es sind ja phantastische Dinge, die uns entgegentreten, wenn wir uns mit dem Reich der Spiralnebel beschäftigen und wenn wir über die Geschichte dieses Weltalls nachdenken; aber die Dinge sind phantastisch von sich aus, nicht etwa deshalb, weil die Menschen, die sich damit beschäftigen, Phantasten wären. Sondern die Menschen, die heute neben den vielen anderen großen Problemen physikalischer Forschung die Fragen der Kosmologie durchdenken, gehören ebenso wie ihre anders gerichteten physikalischen und technischen Fachgenossen zu den nüchternsten Menschen heutiger Welt. Gerade die genaueren und feineren Verhältnisse des Weltanfangs sind zum Gegenstand eingehender theoretischer Untersuchungen und Berechnungen geworden, die mit ganz realen, greifbaren Tatsachen empirischer Art zusammenhängen.

Man kennt aus vielen mühsamen empirischen Untersuchungen heraus die Häufigkeitsverteilung der verschiedenen chemischen Elemente. Die leichteren Elemente, vor allem Wasserstoff, sind in ihrer Häufigkeit im Kosmos ungeheuer bevorzugt gegenüber den schweren Elementen; und wenn auch eine graphische Darstellung der Element-Häufigkeiten viele zunächst etwas verwirrende Einzelzüge zeigt, so zeigt sie doch eine große Kurve, eine große Kurve des Abfallens der Häufigkeiten von leichteren Elementen zu schwereren hin. Diese Kurve zu verstehen, ist eine reale Aufgabe moderner Naturforschung. Wir brauchen dazu unsere ganzen Kenntnisse in der Atomkernphysik. Aber wir brauchen dazu auch eine in ausführlichster Weise durchdachte und mathematisch durchgerechnete Vorstellung vom Weltanfang. Nach modernen Theorien, die gerade von amerikanischen Physikern entwickelt worden sind, ist die Häufigkeitsverteilung der Elemente im Kosmos zu verstehen aus den Geschehnissen heraus, die sich abgespielt haben innerhalb der ersten zwanzig Minuten nach dem Beginn der Zeit, nach dem Start der Weltentwicklung.

http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00046696

Digitale Bibliothek Braunschweig

Darf ich noch mit wenigen abschließenden Sätzen hinweisen auf eine ebenfalls an die *Gauß*schen und *Riemann*schen Leistungen anknüpfende Entwicklung moderner Physik. Es handelt sich hier um etwas, was von der vorhin erwähnten *Einstein*schen Gravitationstheorie ausgeht, aber darüber noch hinauszukommen sucht in folgendem Sinne. Man möchte versuchen, ob man nicht außer den Gravitationskräften, die durch *Einsteins* Theorie gewissermaßen der Geometrie des realen Raumes eingebaut worden sind, auch noch das elektromagnetische Feld „geometrisieren" könnte. Der hervorragende Mathematiker *Weyl* hatte damit begonnen, zu untersuchen, ob man nicht auch die elektromagnetischen Kräfte geometrisch deuten kann, auch sie auffassen kann als etwas zur Raumstruktur, zur Geometrie selber hinzu Gehörendes. Seit den Untersuchungen von *Weyl* sind diesem Thema viele Untersuchungen verschiedenster Mathematiker und Physiker gewidmet worden. Ich kann nicht einmal die Namen der vielen Verfasser aufzählen, die sich mit dieser Problematik beschäftigt haben, mit dem Ergebnis sehr beachtenswerter mathematischer Entwicklungen. Ich erwähne nur, daß *Einstein* selber sich in diese Fortentwicklung seiner allgemeinen Relativitätstheorie stärkstens mit eingeschaltet hat. Neueste Bemühungen in dieser Richtung stammen insbesondere von *Hlavaty* und von *Kohler*. Ich möchte aus diesem ganzen Feld aber nur einen Punkt herausgreifen: Es ist von dem deutschen Mathematiker *Kaluza* und dem schwedischen Physiker *Klein* eine spezielle Form erdacht worden für die Fassung einer solchen „einheitlichen Feldtheorie"; und ich glaube, daß diese *Kaluza-Klein*sche Fassung der einheitlichen Feldtheorie in folgendem Sinne besonders bevorzugt werden darf.

Sie unterscheidet sich von den anderen vielen Versuchen zur einheitlichen Feldtheorie dadurch, daß sie eigentlich keine neue Spekulation bringt, keine neue Hypothese bringt, sondern vielmehr nur eine tiefgründige mathematische Analyse der *Einstein*schen Gravitationstheorie in ihrer Verbindung mit der *Maxwell*schen Theorie der Elektrizität. Die Ergebnisse dieser Analyse veranlassen jedoch, eine bestimmte Hypothese zu untersuchen, die dadurch nahegelegt wird. Es ist eine Hypothese, die aus ganz anderen Zusammenhängen heraus von dem englischen Physiker *Dirac* schon vorgeschlagen worden ist. Sie betrifft die sogenannte Gravitationskonstante, d. h. die Kraft, mit der sich zwei Massenpunkte von je 1 Gramm durch Schwerkraft anziehen, wenn sie die Entfernung von 1 cm voneinander haben; und die Hypothese lautet, daß diese sogenannte Gravitationskonstante in Wahrheit gar keine Konstante ist, sondern eine Veränderliche, die sich vor allem im Laufe der Geschichte des Kosmos geändert hat. Diese Frage weiter zu verfolgen — die also auch noch hineingehört in das Thema der Geometrie als Erfahrungswissenschaft — ist eine Aufgabe, mit der ich mich viel beschäftigt habe in den letzten Jahren; und ich möchte erwähnen, daß es eine Reihe von Tatsachen in Astrophysik und Geophysik gibt, die vielleicht von diesem Gedanken aus wesentlich besser verstanden werden könnten als bisher. Von diesem Gedanken aus, der sich also ergeben hat im Zuge der Fortentwicklung alter Gedanken von *Carl Friedrich Gauß*.

http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00046696